

Ukážky maturitných otázok z matematiky – PRÍKLADY

Základy matematiky:

- Porovnajete pravdivostné hodnoty výrokov: $(A \wedge B)'$, $A' \vee B'$, $(A \vee B)'$, $A' \vee B'$
- Určte výraz $V(a)$, ak platí:
$$\frac{V(a)}{a^3 + 1} = \frac{a - 1}{a^2 + 1}$$
- Určte všetky číslice x, y pre ktoré je číslo $4x7y$ deliteľné 6.
- Pre ktoré čísla c nemá rovnica $\frac{3x - c}{x + 2} = 3$ v množine \mathbb{R} riešenie?
- Nájdite všetky reálne čísla a , pre ktoré má rovnica $(a - 1)x^2 + 4x + a + 1 = 0$ v množine \mathbb{R} jeden koreň.
- Pre ktoré číslo a nemá sústava
$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \\ ax - 5y &= 1 \end{aligned}$$
 riešenie?
- Dané sú čísla 72 a 96. Zapište ich prvočíselné rozklady. Určte ich najväčšieho spoločného deliteľa a najmenší spoločný násobok. Zapište zlomok $\frac{72}{96}$ v základnom tvare.
- Zjednodušte výrazy a určte podmienky, pre ktoré majú dané výrazy zmysel:
 - $\left(\frac{3}{2+a} - 1\right) \cdot \left(\frac{3}{1-a} - 1\right)$
 - $\frac{(n+2)!}{n!} - 2 \cdot \frac{(n+1)!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!}$
- Riešte sústavu nerovnic. Riešenie znázorníte pomocou intervalov.
$$2 \cdot \frac{x}{5} - \frac{x-4}{6} \geq 5$$
$$4 \cdot (5 - 3x) + 3 < \frac{1-x}{2}$$
- Vyjadrite pomocou zložených výrokov negáciu týchto výrokov:
 - Máme pivo a minerálky
 - Osviežim sa čajom alebo kávou
 - Ak budem mať na obed bravčové mäso, budem piť pivo
 - Nie som hladný a nie som smädný
 - Nie som hladný, som smädný
 - Ak dostanem čerstvé ovocie, nekúpim kompót
 - Grapefruity kúpim len vtedy, ak nebudú citróny
- Dané sú množiny:
$$A = \{ x \in \mathbb{Z}; x^2 < 10 \} \quad B = \{ x \in \mathbb{N}; 3/x \wedge x < 17 \} \quad C = \{ x \in \mathbb{Z}; x^2 = 1 \vee 2 \cdot |x| < 5 \}$$
Vymenovaním prvkov určte množiny: $A, B, C, A \cap B, B \cup C, C'_A$

Funkcie:

- Zistite, či funkcia $f: y = |x^2 - 5x + 4|$ je ohraničená na $D(f)$ a určte jej najmenšiu (najväčšiu) funkčnú hodnotu. Je táto funkcia monotónna?
- Nájdite inverznú funkciu k funkcii a) $f: y = \frac{-3}{x+1}$ b) $g: y = \frac{2x-1}{x+4}$
Grafy pôvodných a inverzných funkcií nakreslite do spoločného obrázku.
Napíšte aj predpis pre f^{-1} aj g^{-1} .
- Dané sú funkcie: $f_1(x) = x^2 + 2x - 15$, $f_2(x) = -x^2 + 4x$, $f_3(x) = -x^2 + 2x - 10$
 - načrtnite ich grafy a určte ich obory hodnôt
 - určte intervaly monotónnosti a extrémny
 - zistite, kedy majú jednotlivé funkcie funkčné hodnoty kladné a kedy záporné
- Nakreslite grafy funkcií a) $f(x) = \frac{1-x}{x+9}$ b) $g(x) = \frac{3x-7}{2x+5}$
Zistite intervaly, na ktorých funkcia rastie a na ktorých klesá. Ktoré vlastnosti funkcií viete odčítať z grafu?
- Nakreslite grafy funkcií a) $f(x) = \frac{1}{(x+3)^2}$ b) $h(x) = x^{-4}$ a z grafov odčítajte ich vlastnosti.
- Určte všetky $c \in \mathbb{R}$, pre ktoré je funkcia $y = \left(\frac{2c-1}{c+2}\right)^x$ rastúca (klesajúca).
- Riešte v \mathbb{R} : a) $2,05^{x^2 + \frac{8}{3}x} = \frac{8}{\sqrt[3]{4}}$ b) $0,125^{2x+3} \leq 16$
Aké vlastnosti exponenciálnej funkcie používate pri riešení?
- Načrtnite grafy funkcií (určte definičný obor, obor funkčných hodnôt, priesečníky grafu s osou x a y)
 $g_1(x) = \log_2(x+4)$ $g_2(x) = \log_2(x+4) - 1$ $g_3(x) = |\log_2(x+4) - 1|$
- Určte všetky reálne čísla x , pre ktoré platí a) $\log_{1,5} x < \log_{1,5} 5$ b) $\log_{0,7}(x+1) \leq \log_{0,7} \frac{1}{3}$
využite pritom graf vhodnej logaritmickej funkcie.
- Zjednodušte výrazy a určte ich definičný obor:
a) $1 + \frac{\cos^4 - 1}{\sin^2 x} - \cot^2 x \cdot \sin^2 x$ b) $\frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos x - \cos^3 x}$ c) $\frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x}$
- Načrtnite grafy funkcií f , g . Určte periódu, priesečníky grafov funkcií s osou x aj s osou y , určte obor funkčných hodnôt.
 $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ $g(x) = -\frac{1}{2} \cos 4x$
- Vypočítajte obsah trojuholníka ABC , ak máte k dispozícii tieto údaje:
a) $a = 3\text{cm}$; $b = 4\text{cm}$; $\sin \gamma = 0,62$
b) $a = 25,1\text{ cm}$; $\alpha = 63^\circ$; $\beta = 38^\circ$

13. Nájdite rekurentné určenie pre postupnosť, ktorá je vyjadrená analyticky

a) $\{n \cdot (n+1)\}_{n=1}^{\infty}$ b) $a_n = n^2 - 7n + 10$

nakreslite graf danej postupnosti. Vyšetrite monotónnosť postupností

14. Určte súčet všetkých prirodzených čísel, ktoré vyhovujú nerovnici :

$$\left(12x + \frac{2}{3}\right) \cdot 5 - \frac{5x - 15}{3} < 50(x + 10)$$

15. V predajni sú konzervy zoradené do 9 radov nad sebou. Počty konzerv v radoch tvoria po sebe idúce členy aritmetickej postupnosti. V treťom rade zhora je 7 konzerv, v šiestom rade zhora je 13 konzerv. Určte počet konzerv vo všetkých radoch.

16. Koľko korún stojí vykopanie 11 m hlbkej studne, keď na vykopanie prvého metra zaplatíme 10 Sk a za vykopanie každého ďalšieho metra dvakrát toľko ako za vykopanie predchádzajúceho metra?

17. Pre ktoré $a \in \mathbb{R}$ sú funkcie $f(x+a)$ párne, ak:

a) $f(x) = x^2 + 4$ b) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ c) $f(x) = x^2 - 2x$
d) $f(x) = 8x - x^2$ e) $f(x) = x^2 + 6x + 11$ f) $f(x) = 4x^3 + 7x$

18. Určte predpis kvadratickej funkcie f , ktorá prechádza bodmi $A[0; -3; 5]$; $B[2; -7; 5]$; $C[5; 16; 5]$
Zistite, v ktorom bode grafu má dotyčnica smernicu rovnú 2.

Vypočítajte parameter p a vrchol V paraboly, ktorá je grafom funkcie f .
Načrtnite graf funkcie f .

19. Pre aké číslo b majú funkcie $y = x^2 - 3x + b$, $y = 3 - 2x$ spoločný
a) bod na osi y b) bod na osi x c) spoločný práve jeden bod

20. Určte predpis pre lineárnu lomenú funkciu, ak viete, že graf funkcie prechádza bodom $A[3; -1]$, číslo 1 nepatrí do definičného oboru funkcie a číslo -2 nepatrí do oboru hodnôt hľadanej funkcie. Zmení sa spôsob riešenia úlohy, ak nahradíme bod A bodom B $[-1; 3]$? Zmení sa predpis ?

21. Daná je funkcia $h: y = \frac{x^2 + 1}{2 - x^2}$

a) rozhodnite, ktoré z čísel 2 ; $-\frac{5}{2}$; $0;5$; -1 patrí do oboru hodnôt funkcie I

b) určte všetky $m \in \mathbb{R}$ tak, aby platilo $h(m) = \sqrt{3}$

c) určte všetky čísla $c \in \mathbb{R}$ tak, aby platilo $h(c+1) = h\left(\frac{1}{2}\right)$

22. Dané sú funkcie: $f(x) = x^2 + 1$ a $g(x) = (x+1)^2$

a) vypočítajte $f(g(-2))$

b) vyjadrite predpis funkcie $h(x) = f(g(x))$ rovnicou a potom vypočítajte $h(-2)$

23. Určte koeficienty a, b tak, aby graf funkcie $f: y = a \cdot 2^x + b$ prechádzal bodmi $A[0;0]$; $B[1;1]$.
Napíšte predpis funkcie f . Zistite, či ku funkcii f existuje inverzná funkcia f^{-1} . Viete napísať predpis pre f^{-1} ?

24. Nájdite inverznú funkciu k funkcii $g: y = 10^{x-2} - 1$. Určte jej definičný obor, obor hodnôt, zistite jej monotónnosť a ohraničenosť, maximum a minimum.

25. Pre ktoré $\alpha \in \left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ platí : $\sin(x + \alpha) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$?

Určte obor hodnôt funkcie $y = 12 \cdot \sin x - 5 \cdot \cos x$

26. Z pozorovateľne 15 m vysokej, ktorá je vzdialená 30m od brehu, vidíme šírku rieky pod uhlom $\varphi = 15^\circ$. Vypočítajte šírku rieky.

27. Vypočítajte limity postupností (rozhodnutie, či sú postupnosti konvergentné)

a) $\{1 + (-1)^n\}_{n=1}^{\infty}$ b) $\{\sqrt{n+2}\}_{n=1}^{\infty}$ c) $\left\{\frac{n^2 + 4n}{n+3}\right\}_{n=1}^{\infty}$

28. Určte „čo najmenšie“ množiny, na ktorých sú dané postupnosti rastúce (klesajúce)

a) $\{3n - 5\}_{n=1}^{\infty}$ b) $\{7n - n^2\}_{n=1}^{\infty}$

29. Zistite, či je postupnosť $\left\{5 + \frac{3}{2n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ ohraničená

30. Určte reálne číslo x tak, aby čísla $a_1; a_2; a_3$ tvorili tri nasledujúce členy aritmetickej postupnosti : $a_1 = x^2 + x$ $a_2 = x^2 + 4x + 4$ $a_3 = 16$

31. Daná je geometrická postupnosť $a_1 = \frac{1}{16}$ a $q = 2$

a) Pre ktorý člen tejto postupnosti platí : $a_n + a_{n+3} = 2304$?

b) Pre ktorý člen tejto postupnosti platí : $a_n + a_{n+3} = 23040$?