

1. Určte definičné obory funkcií:

a) $f: y = \log \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{2x+7}}$

b) $f: y = \log \sqrt{\frac{x-3}{2x+7}}$

c) $f: y = \sqrt{\log \frac{x-3}{2x+7}}$

d) $f: y = \log \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{x-3}}$

e) $f: y = \log \sqrt{\frac{2x+1}{x-3}}$

f) $f: y = \sqrt{\log \frac{2x+1}{x-3}}$

g)* $f: y = \log \left(\frac{x+7}{|2x-3|} - 1 \right)$

h) $f: y = \log \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} - 2$

i) $f: y = \frac{x+2}{x-3} - \log \sqrt{\frac{x^2+x-6}{x+3}}$

2. K daným funkciám určte inverzné funkcie, definičné obory a obory hodnôt oboch funkcií.

a) $f: y = 3 \cdot 5^{\frac{x-1}{4}} + 1$

b) $f: y = 2^{x-3}$

c) $f: y = 2 + 3 \cdot 10^{x-5}$

d) $f: y = 2 + \log_3 x$

e) $f: y = 6 + \log_2(x-2)$

f) $f: y = \frac{3}{4} + \log \frac{5x-7}{2}$

3. V R riešte rovnice:

a) $\log_3(1-2x) = 1$

b) $\log(x-1)^2 = 0$

c) $\log(3x+4) + \log(x-8) = 2$

d) $\log_4(13+x) = 1$

e) $\log_x 2401 = 4$

f) $\log_3(1-x) = \log_3(x+16-x^2)$

g) $\log \frac{x}{2} = -2$

h) $\frac{\log x}{1 + \log x} = -1$

i) $\log_7 \left(2x - \frac{9}{4} \right) - \log_7 x = \log_7(x-3)$

j) $x \cdot \log_7 x = 0$

k) $10^{\frac{3}{\log x}} = 0,001$

l) $3 \cdot \log x + \log x^4 - \log \sqrt[3]{x} = 5$

m) $1 + \log x^3 = \frac{10}{\log x}$

n) $\log x + \frac{1}{\log x} = 2$

o) $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} = 1$

p) $(\log_3 x)^2 - \log_3 x^3 + 2 = 0$

q) $\log_7(\log_3(\log_2(\log_2 x))) = 0$

4. V R riešte rovnice:

a) $2^x = 100$

b) $5^x = 3$

c) $2 \cdot 3^x = 11$

d) $8^{x+1} = 0,1$

e)* $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$

f) $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$

g) $2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$

h) $9 \cdot 5^{2x-4} + 4 \cdot 5^{8-2x} = 325$

i) $x^x = x$

j) $x^{2+\log x} = 1000$

k) $x^{1+\log x} = 100$

l)* $\sqrt[5]{x^{\log_3 x}} = 243$

m) $x^{2+\log_2 x} = 8$

n) $x = 10^{1-0,25 \cdot \log x}$

5. V R riešte rovnice:

a) $\log_9 \log_3(x+16) = \frac{1}{2}$

b) $\log_6(33 + \log_2(7 + \log_7(9+x))) = 2$

c) $\log x - 1 = \frac{6}{\log x}$

d) $\log_2(2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x + 16) = x + 3$

e) $\frac{2 + \log x}{\log x} - \frac{1}{2 - \log x} = 1$

f) $\log(3^x + 19) - \log(3^x - 80) = 2$

g) $x^{3+4 \cdot \log x} = 10 \cdot x^6$

h) $\log_3 x + \log_x 3 = \frac{5}{2}$

i) $\log_5 [3 + \log_3 (x+2)] = 1$ **j)** $\log \frac{x}{2} + \log (x-3) = \log (3x-10)$
k) $\log (2x+9) - 2 \cdot \log x + \log (x-4) = 1 - \log 5$ **l)** $\frac{1}{3 + \log x} + \frac{2}{3 - \log x} = \frac{11}{5}$
m) $1 + \log \sqrt{x^2 - 9} = \log 20 + \log \sqrt{x+3}$ **n)** $\log 3 + \frac{1}{2} \log (3x+1) = \log (2x-1)$
o) $7^{\log_{\sqrt{7}}(2x-1)} = 121$ **p)*** $x^{\log_{\sqrt{x}}(x+5)} = 64$
q) $\log_2 x + \log_4 2x = 5$ **r)*** $\frac{\log_2 2x}{\log_x 2} = \log_2 4x$
s) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$ **t)** $\log_2 (x-1)^2 - \log_{\frac{1}{2}} (x-1) = 9$
u)* $\log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 6$ **v)** $\log_5 (2x+1) = \log_{\frac{1}{5}} (3x-1)$

Výsledky:

- 1. a)** $D(f) = (3; \infty)$ **b)** $D(f) = \left(-\infty; \frac{7}{2}\right) \cup (3; \infty)$ **c)** $D(f) = \left(-10; -\frac{7}{2}\right)$
d) $D(f) = (3; \infty)$ **e)** $D(f) = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (3; \infty)$ **f)** $D(f) = (-\infty; -4) \cup (3; \infty)$
g) $D(f) = \left(-\frac{4}{3}; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 10\right)$ **h)** $D(f) = (-5; -2)$ **i)** $D(f) = (2; 3) \cup (3; \infty)$
- 2. a)** $f^{-1} : y = 1 + 4 \cdot \log \frac{x-1}{3}$ $D(f) = H(f^{-1}) = (-\infty; \infty)$ $H(f) = D(f^{-1}) = (1; \infty)$
b) $f^{-1} : y = 3 + \log_2 x$ $D(f) = H(f^{-1}) = (-\infty; \infty)$ $H(f) = D(f^{-1}) = (0; \infty)$
c) $f^{-1} : y = 5 + \log \frac{x-2}{3}$ $D(f) = H(f^{-1}) = (-\infty; \infty)$ $H(f) = D(f^{-1}) = (2; \infty)$
d) $f^{-1} : y = 3^{x-2}$ $D(f) = H(f^{-1}) = (0; \infty)$ $H(f) = D(f^{-1}) = (-\infty; \infty)$
e) $f^{-1} : y = 2 + 2^{x-6}$ $D(f) = H(f^{-1}) = (2; \infty)$ $H(f) = D(f^{-1}) = (-\infty; \infty)$
f) $f^{-1} : y = \frac{1}{5} \left(7 + 2 \cdot 10^{\frac{x-3}{4}}\right)$ $D(f) = H(f^{-1}) = \left(\frac{7}{5}; \infty\right)$ $H(f) = D(f^{-1}) = (-\infty; \infty)$
- 3. a)** $\{-1\}$ **b)** $\{0; 2\}$ **c)** $\left\{\frac{10+4\sqrt{31}}{3}\right\}$ **d)** $\{-9\}$ **e)** $\{7\}$ **f)** $\{-3\}$ **g)** $\{0, 02\}$ **h)** $\left\{10^{-\frac{1}{2}}\right\}$ **i)** $\{4; 5\}$ **j)** $\{1\}$ **k)** $\{0, 1\}$ **l)** $\left\{\sqrt[4]{10^3}\right\}$
m) $\left\{0, 01; 10^{\frac{5}{3}}\right\}$ **n)** $\{10\}$ **o)** $\{100; 1000\}$ **p)** $\{3; 9\}$ **q)** $\{256\}$
- 4. a)** $\left\{\frac{2}{\log 2}\right\}$ **b)** $\left\{\frac{\log 3}{\log 5}\right\}$ **c)** $\left\{\frac{\log 11 - \log 2}{\log 3}\right\}$ **d)** $\left\{-1 - \frac{1}{\log 8}\right\}$ **e)** $\left\{\frac{\log 13 - \log 31}{\log 5 - \log 3}\right\}$ **f)** $\{-2\}$ **g)** $\{-2; 3\}$
h) $\left\{2 + \frac{1 - \log 3}{\log 5}; 3\right\}$ **i)** $\{-1; 1\}$ **j)** $\{10; 10^{-3}\}$ **k)** $\{10; 0, 01\}$ **l)** $\{3^{-5}; 3^5\}$ **m)** $\{0, 125; 2\}$ **n)** $\left\{\sqrt[5]{10000}\right\}$
- 5. a)** $\{11\}$ **b)** $\{-2\}$ **c)** $\left\{\frac{1}{100}; 1000\right\}$ **d)** $\{4\}$ **e)** $\left\{\sqrt[3]{10^4}\right\}$ **f)** $\{4\}$ **g)** $\left\{10; \frac{1}{\sqrt[4]{10}}\right\}$ **h)** $\{9; \sqrt{3}\}$ **i)** $\{7\}$ **j)** $\{4; 5\}$ **k)** $\{36\}$
l) $\left\{100; 10^{\frac{27}{11}}\right\}$ **m)** $\{7\}$ **n)** $\{8\}$ **o)** $\{6\}$ **p)** $\{3\}$ **q)** $\{8\}$ **r)** $\{2^{\sqrt{2}}; 2^{-\sqrt{2}}\}$ **s)** $\{16\}$ **t)** $\{9\}$ **u)** $\{9\}$ **v)** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$